طراحی راکتور پیشرفته

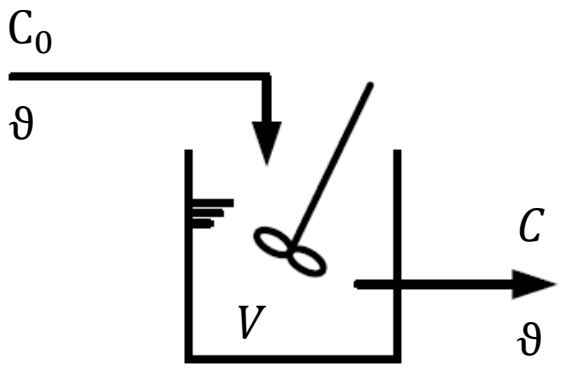
مرجع: طراحی راکتورهای شیمیایی، لون اشپیل

Ref.: Chemical Reaction Engineering, Levenspiel

مدرس: یگانه داودبیگی

(جلسه چهارم)

بدست اوردن توابع E و F برای یک راکتور همزده ایده آل:



موازنه جرم ردیاب در راکتور:

$$input - output = acc. \longrightarrow \vartheta C_0 - \vartheta C = \frac{d(VC)}{dt}$$

$$\vartheta(C_0 - C) = V\frac{dC}{dt} \rightarrow C_0 - C = \frac{V}{\vartheta}.\frac{dC}{dt} \xrightarrow{\frac{V}{\vartheta} = \tau_{mixed}} C_0 - C = \tau_{mixed}.\frac{dC}{dt}$$

$$\int_0^C \frac{dC}{C_0 - C} = \int_0^t \frac{dt}{\tau_{mixed}} \longrightarrow \ln\left(\frac{C_0 - C}{C_0}\right) = -\frac{t}{\tau_{mixed}}$$

$$\longrightarrow \frac{C_0 - C}{C_0} = 1 - \overset{F}{\frac{C}{C_0}} = e^{-\frac{t}{\tau_{mixed}}} \longrightarrow \boxed{F = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{mixed}}}}$$

$$E = \frac{dF}{dt} \longrightarrow \boxed{E = \frac{1}{\tau_{mixed}} e^{-\frac{t}{\tau_{mixed}}}}$$

$$\begin{cases} \tau_{mixed} = \dfrac{V}{\vartheta} \\ \bar{t} = \dfrac{V}{\vartheta_f} = \dfrac{V}{\vartheta_0(1+\varepsilon_A x_A)} \end{cases} \xrightarrow{\text{اگر حجم ویژه ثابت باشد}} \varepsilon = 0 \rightarrow \tau_{mixed} = \bar{t}$$

برای راکتور plug:

$$\tau_{plug} = \frac{V}{\vartheta}$$

$$\bar{t} = C_{A0}\int_0^{x_A} \frac{dx_A}{-r_A(1+\varepsilon_A x_A)}$$

راکتور همزده واقعی:

حال می‌خواهیم در منحنی پاسخ به تحریک ضربه‌ای، توزیع غلظت بر حسب زمان را بر حسب مقادیر عددی مشخص کنیم:

$$\overline{t_c} = \frac{\int_0^\infty t.c.dt}{\int_0^\infty c.dt} = \frac{V}{\vartheta}$$

Q: سطح زیر منحنی غلظت-زمان

$$Q = \int_0^\infty c.dt$$

$$\overline{t_E} = \frac{\int_0^\infty t.E.dt}{\int_0^\infty E.dt} \rightarrow \overline{t_E} = \int_0^\infty t.E.dt$$

بدست آوردن Q و $\bar{t}$ و τ با استفاده از روابط فوق:

تمامی روابط فوق از آزمایشات تحریک-پاسخ بدست آمده‌اند. یعنی دیتای ورودی ما غلظت بر حسب زمان است بر اساس آنالیز ردیاب.

$$\bar{t_c} = \frac{\int_0^\infty t.c.dt}{\int_0^\infty c.dt} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} t_i.c_i.\Delta t_i}{\sum_{t=0}^{\infty} c_i.\Delta t_i}$$

Δt: فاصله زمانی بین دو اندازه‌گیری

اگر فواصل زمانی اندازه‌گیری ثابت باشند آنگاه مقدار Δt ثابت است . داریم:

$$\bar{t_c} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} t_i.c_i}{\sum_{t=0}^{\infty} c_i} = \frac{t_1c_1 + t_2c_2 + \cdots}{c_1 + c_2 + \cdots}$$

$$Q = \int_0^\infty c.dt = \sum c_i\Delta t_i$$

$$\overline{t_E} = \frac{\int_0^\infty t.E.dt}{\int_0^\infty E.dt} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} t_i.E_i.\Delta t_i}{\sum_{t=0}^{\infty} E_i.\Delta t_i}$$

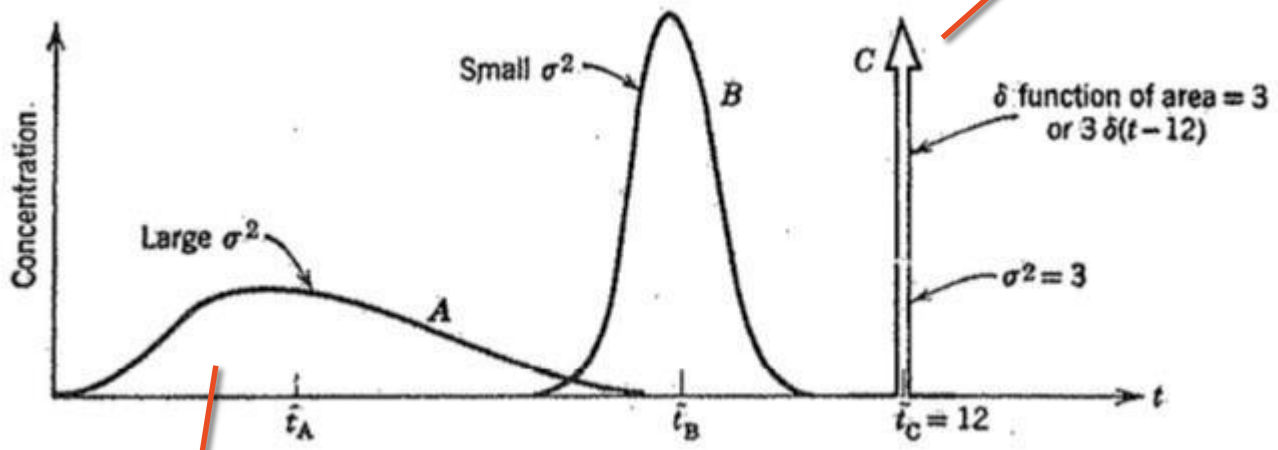
اگر فواصل زمانی اندازه‌گیری ثابت باشند:

$$\overline{t_E} = \frac{\sum_{t=0}^{\infty} t_i.E_i}{\sum_{t=0}^{\infty} E_i}$$

t	c	$Q = \sum c_i \Delta t_i$	$E_t = \frac{c}{Q}$
t_1	c_1	Q_1	
t_2	c_2	Q_2	
t_3	c_3	Q_3	
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	

واریانس (ناهماهنگی توزیع، مربع پراکندگی توزیع، پراش):

پراکندگی نداریم و در یک زمان مشخص تمام
ماده ردیاب خارج شده است



پراکندگی توزیع بیشتر است

$$\sigma^2{}_A > \sigma^2{}_B > \sigma^2{}_C$$

از لحاظ ریاضی میزان پراکندگی برای منحنی‌های فوق بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma^2{}_c = \frac{\int_0^\infty (t-\bar{t})^2 . c . dt}{\int_0^\infty c . dt} = \frac{\int_0^\infty t^2 . c . dt - 2\bar{t}\int_0^\infty t . c . dt + \int_0^\infty \bar{t}^2 . c . dt}{\int_0^\infty c . dt}$$

$$\boxed{\sigma^2{}_c = \frac{\int_0^\infty t^2 . c . dt}{\int_0^\infty c . dt} - \bar{t}^2}$$

$$\sigma^2{}_c = \frac{\sum_{t=0}^\infty t_i{}^2 . c_i . \Delta t_i}{\sum_{t=0}^\infty c_i . \Delta t_i} - \bar{t}^2 \xrightarrow{\Delta t = cte} \sigma^2{}_c = \frac{\sum_{t=0}^\infty t_i{}^2 . c_i}{\sum_{t=0}^\infty c_i} - \bar{t}^2$$

حال می‌خواهیم همین رابطه را برای منحنی توزیع E نیز بنویسیم:

$$\sigma^2{}_E = \frac{\int_0^\infty (t-\bar{t})^2 . E . dt}{\int_0^\infty E . dt} \longrightarrow \sigma^2{}_E = \frac{\int_0^\infty t^2 . E . dt}{\int_0^\infty E . dt} - \bar{t}^2$$

$$\sigma^2{}_E = \frac{\sum_{t=0}^\infty t_i{}^2 . E_i . \Delta t_i}{\sum_{t=0}^\infty E_i . \Delta t_i} - \bar{t}^2 \xrightarrow{\Delta t = cte} \sigma^2{}_E = \frac{\sum_{t=0}^\infty t_i{}^2 . E_i}{\sum_{t=0}^\infty E_i} - \bar{t}^2$$